**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРОТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ П.А. КОСТЫЧЕВА»**

Утверждаю
Ректор ФГБОУ ВО РГАТУ
_____ А.В. Шемякин
«18» января 2024 г.

# ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ, ПРОВОДИМОГО ВУЗОМ САМОСТОЯТЕЛЬНО по прикладной математике в инженерии

для поступающих на обучение на базе среднего профессионального образования в федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Рязанский государственный агротехнологический университет имени П.А. Костычева»
**для обучения по программам бакалавриата и специалитета**

**Рязань, 2024**

Разработчик:

доцент кафедры бизнес-информатики и прикладной математики

_____к.ф.-м.н., доцент Владимиров Александр Федорович
(подпись)

Согласовано:

заведующий кафедрой бизнес-информатики и прикладной математики

_____д.э.н., профессор Шашкова Ирина Геннадьевна
(подпись)

Программа рассмотрена и утверждена на заседании Ученого совета ФГБОУ ВО РГАТУ "18" января 2024 года, протокол № 6.

Изменения и дополнения рассмотрены и утверждены на заседании Ученого совета ФГБОУ ВО РГАТУ "23" мая 2024 года, протокол № 10.

## 1. Общие положения

Основная цель вступительного испытания – оценка качества подготовки поступающих по математике и определение интеллектуального, социального, общекультурного и коммуникативного уровня развития личности абитуриента.

*На экзамене по математике абитуриент должен проявить умения:*

**1. Уметь выполнять вычисления и преобразования.**

1.1. Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма.

1.2. Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.

1.3. Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

**2. Уметь решать уравнения и неравенства.**

2.1. Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы.

2.2. Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод.

2.3. Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы.

**3. Уметь выполнять действия с функциями.**

3.1. Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций.

3.2. Вычислять производные и первообразные элементарных функций.

3.3. Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.

**4. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.**

4.1. Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).

4.2. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

4.3. Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами

**5. Уметь строить и исследовать простейшие математические модели.**

5.1. Моделировать реальные ситуации ***инженерии*** на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

5.2. Моделировать реальные ситуации ***инженерии*** на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.
5.3. Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.
**6. Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.**
6.1. Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах.
6.2. Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках
6.3. Решать прикладные задачи, в том числе ***инженерии***, социально-экономического, физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

## 2. Содержание программы

**1. Алгебра.**
*1.1. Числа, корни и степени.*
1.1.1. Целые числа.
1.1.2. Степень с натуральным показателем.
1.1.3. Дроби, проценты, рациональные числа.
1.1.4. Степень с целым показателем.
1.1.5. Корень степени $n > 1$ и его свойства.
1.1.6. Степень с рациональным показателем и её свойства.
1.1.7. Свойства степени с действительным показателем.
*1.2. Основы тригонометрии.*
1.2.1. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла.
1.2.2. Радианная мера угла.
1.2.3. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.
1.2.4. Основные тригонометрические тождества.
1.2.5. Формулы приведения.
1.2.6. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов.
1.2.7. Синус и косинус двойного угла.
*1.3. Логарифмы.*
1.3.1. Логарифм числа.
1.3.2. Логарифм произведения, частного, степени.
1.3.3. Десятичный и натуральный логарифмы, число *e*.
*1.4. Преобразования выражений.*
1.4.1. Преобразования выражений, включающих арифметические операции.
1.4.2. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень.

1.4.3. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени.
1.4.4. Преобразования тригонометрических выражений.
1.4.5. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования.
1.4.6. Модуль (абсолютная величина) числа.

**2. Уравнения и неравенства.**

*2.1. Уравнения.*

2.1.1. Квадратные уравнения.
2.1.2. Рациональные уравнения.
2.1.3. Иррациональные уравнения.
2.1.4. Тригонометрические уравнения.
2.1.5. Показательные уравнения.
2.1.6. Логарифмические уравнения.
2.1.7. Равносильность уравнений, систем уравнений.
2.1.8. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными.
2.1.9. Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных.
2.1.10. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений.
2.1.11. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем.
2.1.12. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений.

*2.2. Неравенства.*

2.2.1. Квадратные неравенства.
2.2.2. Рациональные неравенства.
2.2.3. Показательные неравенства.
2.2.4. Логарифмические неравенства.
2.2.5. Системы линейных неравенств.
2.2.6. Системы неравенств с одной переменной.
2.2.7. Равносильность неравенств, систем неравенств.
2.2.8. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств.
2.2.9. Метод интервалов.
2.2.10. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.

**3. Функции.**

*3.1. Определение и график функции.*

3.1.1. Функция, область определения функции.
3.1.2. Множество значений функции.
3.1.3. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.
3.1.4. Обратная функция. График обратной функции.
3.1.5. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.

*3.2. Элементарное исследование функций.*

3.2.1. Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания.
3.2.2. Чётность и нечётность функции.
3.2.3. Периодичность функции.
3.2.4. Ограниченность функции.
3.2.5. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции.
3.2.6. Наибольшее и наименьшее значения функции.

*3.3. Основные элементарные функции.*

3.3.1. Линейная функция, её график.
3.3.2. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график.
3.3.3. Квадратичная функция, её график.
3.3.4. Степенная функция с натуральным показателем, её график.
3.3.5. Тригонометрические функции, их графики.
3.3.6. Показательная функция, её график.
3.3.7. Логарифмическая функция, её график.

**4. Начала математического анализа.**

*4.1. Производная.*

4.1.1. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной.
4.1.2. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком.
4.1.3. Уравнение касательной к графику функции.
4.1.4. Производные суммы, разности, произведения, частного.
4.1.5. Производные основных элементарных функций.
4.1.6. Вторая производная и её физический смысл.

*4.2. Исследование функций.*

4.2.1. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.
4.2.2. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах ***инженерии***, в социально-экономических задачах.

*4.3. Первообразная и интеграл.*

4.3.1. Первообразные элементарных функций.
4.3.2. Примеры применения интеграла в физике и геометрии, в прикладных задачах ***инженерии***.

**5. Геометрия.**

*5.1. Планиметрия.*

5.1.1. Треугольник.
5.1.2. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат.
5.1.3. Трапеция.
5.1.4. Окружность и круг.
5.1.5. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника.
5.1.6. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника.
5.1.7. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

*5.2. Прямые и плоскости в пространстве.*

5.2.1. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых.

5.2.2. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства.

5.2.3. Параллельность плоскостей, признаки и свойства.

5.2.4. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах.

5.2.5. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства.

5.2.6. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.

*5.3.Многогранники.*

5.3.1. Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма.

5.3.2. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде.

5.3.3. Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида.

5.3.4. Сечения куба, призмы, пирамиды.

5.3.5. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

*5.4. Тела и поверхности вращения.*

5.4.1. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка.

5.4.2. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка.

5.4.3. Шар и сфера, их сечения.

*5.5. Измерение геометрических величин.*

5.5.1. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности.

5.5.2. Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями.

5.5.3. Длина отрезка, ломаной, окружности; периметр многоугольника.

5.5.4. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми; расстояние между параллельными плоскостями.

5.5.5. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора.

5.5.6. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы.

5.5.7. Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.

*5.6. Координаты и векторы.*

5.6.1. Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве.

5.6.2. Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы.

5.6.3. Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число.

5.6.4. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.

5.6.5. Компланарные векторы. Разложение по трём некомпланарным векторам.
5.6.6. Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами.

**6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.**

*6.1. Элементы комбинаторики.*

6.1.1. Поочередный и одновременный выбор.
6.1.2. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.

*6.2. Элементы статистики.*

6.2.1. Табличное и графическое представление данных.
6.2.2. Числовые характеристики рядов данных.

*6.3. Элементы теории вероятностей.*

6.3.1. Вероятности событий.
6.3.2. Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач, в том числе прикладных задач ***инженерии***.

## 3. Структура экзамена

Структура билета по ***прикладной математике в инженерии*** соответствует структуре варианта КИМ (контрольно-измерительных материалов) единого государственного экзамена. Экзаменационная работа по содержанию, уровню сложности и оцениванию полностью соответствует профильному уровню ЕГЭ-2024 по математике с учётом приложений к ***инженерии***.

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 состоит из 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровня сложности.

**Ответы к заданиям 1-12** записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Например, **№ 6: – 0,8; №12: 22.**

При выполнении **заданий 13-19** требуется записать **полное решение и ответ.**

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком на выданной бумаге с печатью университета, который в конце экзамена должен быть сдан вместе с чистовиком членам экзаменационной комиссии. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Ниже дано содержание каждого задания.

**Задание №1** – планиметрическая задача базового уровня сложности (треугольники, параллелограммы, трапеции, центральные и вписанные углы, касательная, хорда, секущая, вписанные и описанные окружности).

**Задание №2** – задание по геометрии, проверяющее умения определять координаты точки, вектора, производить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

**Задание №3** – стереометрическая задача базового уровня сложности (куб, параллелепипед, составные многогранники, призма, пирамида, цилиндр, конус, шар, площади поверхностей, объёмы).

**Задание №4** – прикладная задача ***инженерии*** по теории вероятностей базового уровня сложности.

**Задание №5** – прикладная задача ***инженерии*** повышенного уровня сложности, проверяющая умение моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших ситуациях вероятности событий.

**Задание №6** – простейшие уравнения базового уровня сложности (линейные, квадратные, кубические, показательные, логарифмические, тригонометрические).

**Задание №7** –вычисления и преобразования базового уровня сложности (преобразования числовых и буквенных выражений – рациональных и иррациональных, дробных, степенных, логарифмических, тригонометрических).

**Задание №8** – задача базового уровня сложности на производные и первообразные (физический и геометрический смысл производной, применение производной к исследованию функций, первообразные).

**Задание №9** – прикладная задача ***инженерии*** повышенного уровня сложности с прикладным содержанием (функциональные зависимости величин, изменение значения функции при изменении значения аргумента).

**Задание №10** – текстовая прикладная задача ***инженерии*** повышенного уровня сложности (задачи на проценты, сплавы, смеси, растворы, движение, работу).

**Задание №11** – задание повышенного уровня сложности, проверяющее умение выполнять действия с функциями.

**Задание №12** – задача повышенного уровня сложности на экстремумы, наибольшее и наименьшее значение функций (исследование функций с помощью производных).

**Задание №13** – тригонометрическое, логарифмическое или показательное уравнение повышенного уровня сложности.

**Задание №14** – стереометрическая задача повышенного уровня сложности, она разделена на пункты *а* и *б*. В пункте *а* нужно доказать геометрический факт, в пункте *б* – найти (вычислить) геометрическую величину.

**Задание №15** – это неравенство – дробно-рациональное, логарифмическое или показательное повышенного уровня сложности.

**Задание №16** – это текстовая задача повышенного уровня сложности с экономическим содержанием.

**Задание №17** – это планиметрическая задача повышенного уровня сложности. В пункте *а* нужно доказать геометрический факт, в пункте *б* – найти (вычислить) геометрическую величину.

**Задание №18**– это уравнение, неравенство или их системы с параметром. Это задача высокого уровня сложности.

Задачи с параметром допускают весьма разнообразные способы решения. Наиболее распространенными из них являются:

– чисто алгебраический способ решения;

– способ решения, основанный на построении и исследовании геометрической модели данной задачи;

– функциональный способ, в котором могут быть и алгебраические, и геометрические моменты, но базовым является исследование некоторой функции.

Зачастую (но далеко не всегда) графический метод более ясно ведёт к цели. Кроме того, в конкретном тексте решения вполне могут встречаться элементы каждого из трёх перечисленных способов.

**Задание №19** высокого уровня сложности содержательно проверяет в первую очередь не уровень математической (школьной) образованности, а уровень математической культуры. Формирования культуры происходит на протяжении всех лет обучения (и не только в школе). Для решения этой задачи никаких фактов из теории чисел типа теоремы Вильсона, чисел Мерсенна, малой теоремы Ферма, теории сравнений и т.п. для решения этих заданий не требуется. Тот, кто эти факты знает, разумеется, может их использовать, но при решении всегда можно обойтись и без них.

Условия задания №19 разбиты на пункты. По существу, задача разбита на ряд подзадач (частных случаев), последовательно решая которые можно в итоге справиться с ситуацией в целом.

На выполнение экзаменационной работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

## 4. Дополнительные материалы и оборудование

Справочные материалы выдаются вместе с экзаменационным билетом и содержат тригонометрические формулы:

$$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$$

$$sin2\alpha = 2sin\alpha \cdot cos\alpha$$

$$cos2\alpha = cos^2\alpha - sin^2\alpha$$

$$sin(\alpha + \beta) = sin\alpha \cdot cos\beta + cos\alpha \cdot sin\beta$$

$$cos(\alpha + \beta) = cos\alpha \cdot cos\beta - sin\alpha \cdot sin\beta$$

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте билета не учитываются при оценивании работы.

При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

## 5. Критерии оценки

Результаты вступительного испытания по ***прикладной математике в инженерии*** оцениваются по 100-балльной шкале. Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания по ***прикладной математике в инженерии***, соответствует минимальному количеству баллов ЕГЭ, установленному Министерством сельского хозяйства Российской Федерации.

Правильность решения заданий сначала оценивается **первичными баллами**. Правильное решение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Каждое из заданий 1-12 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал

правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Неправильный ответ заданий 1-12 оценивается 0 баллов.

Решения заданий с развернутым ответом оцениваются от 0 до 4 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 13, 15, 16 оценивается 2 баллами; каждого из заданий 14 и 17 – 3 баллами; каждого из заданий 18 и 19 – 4 баллами.

Максимальный число первичных баллов за всю работу – 32.

Затем сумма первичных баллов за всю работу переводится в **итоговую** оценку по 100-балльной системе в соответствии с Приложением 2 к Распоряжению Рособрнадзора №575-10 от 11.04.2019 (обновлено 06.05.2024).

Таблица – Перевод суммы первичных баллов за всю экзаменационную работу в **итоговую** оценку по 100-балльной системе

| Первичные баллы | Итоговые баллы | Первичные баллы | Итоговые баллы |
|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 17 | 80 |
| 2 | 11 | 18 | 82 |
| 3 | 17 | 19 | 84 |
| 4 | 22 | 20 | 86 |
| 5 | 27 | 21 | 88 |
| 6 | 34 | 22 | 90 |
| 7 | 40 | 23 | 92 |
| 8 | 46 | 24 | 94 |
| 9 | 52 | 25 | 95 |
| 10 | 58 | 26 | 96 |
| 11 | 64 | 27 | 97 |
| 12 | 70 | 28 | 98 |
| 13 | 72 | 29 | 99 |
| 14 | 74 | 30 | 100 |
| 15 | 76 | 31 | 100 |
| 16 | 78 | 32 | 100 |

Предварительно отметим специальные случаи получения 0 баллов.

**Общий критерий получения 0 баллов за задания 13-19 даже при формально правильном ответе – это использование при решении специфических знаков операций, функций, скобок из языков программирования вместо обычных знаков школьной математики!**

**Задания 14 и 17 оцениваются 0 баллами, если при решении нет построения соответствующих условию геометрических фигур с обозначениями их элементов!**

**Задание 18 оценивается 0 баллами, если нет геометрического рисунка при выборе способа решения, основанного на построении и исследовании геометрической модели данной задачи!**

Ниже даны критерии оценивания заданий 13-19 в первичных баллах.

| **Содержание критерия оценивания задания №13** | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*<br>ИЛИ<br>получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

| **Содержание критерия оценивания задания №14** | Баллы |
|---|---|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | 3 |
| Получен обоснованный ответ в пункте *б*<br>ИЛИ<br>имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*,<br>ИЛИ<br>при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше<br>ИЛИ<br>при решении нет построения соответствующих условию задания геометрических фигур с обозначениями их элементов | 0 |
| *Максимальный балл* | *3* |

| **Содержание критерия оценивания задания №15** | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек<br>ИЛИ<br>получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

| **Содержание критерия оценивания задания №16** | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат:<br>– неверный ответ из-за вычислительной ошибки;<br>– верный ответ, но решение недостаточно обосновано | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

| **Содержание критерия оценивания задания №17** | Баллы |
|---|---|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | 3 |
| Получен обоснованный ответ в пункте *б*<br>ИЛИ<br>имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*,<br>ИЛИ<br>при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше<br>ИЛИ<br>при решении нет построения соответствующих условию задания геометрических фигур с обозначениями их элементов | 0 |
| *Максимальный балл* | *3* |

| **Содержание критерия оценки задания №18**[1] | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен правильный ответ | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений параметра *a*, отличающиеся от искомого множества конечным числом точек | 3 |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений *a* | 2 |
| Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений *a*, но не все из них | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых | 0 |

[1] Критерии конкретных заданий для задания 18 могут несколько отличаться от данного здесь критерия. О разнообразии критериев задания 18 сказано на сайте ФИПИ [16].

| | |
|---|---|
| выше<br>ИЛИ<br>нет геометрического рисунка при выборе способа решения, основанного на построении и исследовании геометрической модели данной задачи | |
| *Максимальный балл* | *4* |

| **Содержание критерия оценивания задания №19** | Баллы |
|---|---|
| Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты | 4 |
| Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов | 3 |
| Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов | 2 |
| Верно получен один из следующих результатов:<br>– обоснованное решение пункта *а*;<br>– обоснованное решение пункта *б*;<br>– искомая оценка в пункте *в*;<br>– пример в пункте *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *4* |

## 6. Литература, рекомендуемая для подготовки к экзамену


1. ЕГЭ-2024. Ященко И.В. (ред.). Математика. Профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов. – М.: Издательство «Национальное образование», 2024. – 223 с.
2. ЕГЭ-2023. Ященко И.В. (ред.). Математика. Профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов. – М.: Издательство «Национальное образование», 2023. – 224 с.
3. Семенов, А.В. Математика. Профильный уровень. Единый государственный экзамен. Готовимся к итоговой аттестации: [учебное пособие] / А.В. Семенов, А.С. Трепалин, И.В. Ященко, И.Р. Высоцкий, Л.А. Титова; под ред. И.В. Ященко. – М.: Московский центр непрерывного математического образования, 2022. – 208 с.
4. Ященко, И.В. ЕГЭ ФИПИ 2022. Математика. Профильный уровень. Типовые варианты экзаменационных заданий. 36 вариантов заданий. Подробный разбор выполнения заданий одного варианта / И.В. Ященко, О.А. Ворончагина, М.А. Волчкевич; под ред. И.В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2022. – 160 с.
5. ЕГЭ 2022. Математика. Профильный уровень. 14 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий от разработчиков ЕГЭ / И.В. Ященко, М.А. Волчкевич, О.А. Ворончагина, И.Р. Высоцкий, Р.К. Гордин, П.В. Семёнов, О.Н. Косухин, Д.А. Фёдоровых, А.И. Суздальцев, А.Р. Рязановский, В.А. Смирнов,

А.С. Трепалин, А.В. Хачатурян, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль; под ред. И.В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2022. – 71 с. (Серия «ЕГЭ. Тесты от разработчиков»).

6. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Базовый и углубленный уровни. Учебник для общеобразовательных организаций / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин Ю, М.В. Ткачёва [и др.] – М.: Издательство «Просвещение», 2020. – 463 с.

7. Атанасян, Л.С. Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. Геометрия: 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровни / Л.С. Атанасян, С.Б. Кадомцев, В.Ф. Бутузов. –7-е издание, переработанное и дополненное. – М.: Издательство «Просвещение», 2019. – 256 с.

8. Гайкова, И.И. ЕГЭ по математике. Оптимальный результат / И.И. Гайкова; ред. И. Кондукова. – М.: Изд-во BHV, 2015. – 305 с.

9. Дорофеев, Г.В. Математика для поступающих в вузы / Г.В. Дорофеев, М.К. Потапов, Н.Х. Розов. – М.: Изд-во Дрофа, 2007. – 666 с.

10. ЕГЭ 2019. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И.В. Ященко. – М.: Издательство «Национальное образование», 2019. – 256 с.

11. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. 10 вариантов. Типовые тестовые задания от разработчиков ЕГЭ / под ред. И.В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2020. – 63 с.

12. Маслова, Т.Н. Математика. 5-11 класс. Полный справочник. Весь школьный курс // Т.Н. Маслова, А.М. Суходский; ред. Н.В. Валуева. – М.: Изд-во Мир и образование, 2018. – 672 с.

13. Муравин, Г.К. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Углубленный уровень / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. – М.: Издательство ДРОФА, 2019. – 322 с.

14. Муравин, Г.К. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Углубленный уровень / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. – М.: Издательство ДРОФА, 2019. – 322 с.

15. Погорелов, А.В. Геометрия. 10-11 классы. Учебник / А.В. Погорелов. – М.: Издательство «Просвещение», 2018. – 175 с.

16. ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» / ЕГЭ / Для предметных комиссий субъектов РФ / Математика: сайт. – М.: ФИПИ, 2023.

17. Сканави, М.И. Сборник задач по математике для поступающих в вузы / М.И. Сканави, В.В. Зайцев, Н.К. Егерев; под общей редакцией М.И. Сканави. – М.: Из-во АСТ, 2016. – 608 с.

18. Ткачук, В.В. Математика абитуриенту / В.В. Ткачук. – М.: Изд-во МЦНМО, 2017. – 944 с.

19. Ященко, И.В. ЕГЭ 2018. Математика. Профильный уровень. 36 вариантов. Тестовые задания и 800 заданий части 2 / И.В. Ященко, И.Р. Высоцкий, М.А. Волчкевич; ред. И.В. Ященко. – М.: Изд-во «Экзамен», 2018. – 240 с.